

Repetition: Kapitel IV. Funktionen von mehreren Variablen. Differentialrechnung

IV.7. Funktionen von drei Variablen

Man “übersetze” die Begriffe, die man bei Funktionen von zwei Variablen eingeführt hat, in die Situation von Funktionen von drei Variablen: partielle Ableitungen, Niveaulinien (-flächen), Satz von Schwarz, Integrabilitätsbedingung(en). (Siehe p. 44 ff.)

Man rufe sich die explizite Form der Integrabilitätsbedingungen (wieviele?) bei Funktionen von drei Variablen in Erinnerung. Warum gibt es zu $\phi(x, y, z) \equiv 0$, $\psi(x, y, z) \equiv 0$, $\chi(x, y, z) = x + y + z$ keine Funktion $f : (x, y, z) \rightarrow f(x, y, z)$ mit $f_x \equiv \phi$, $f_y \equiv \psi$, $f_z \equiv \chi$? (Siehe p. 46/47)

Was versteht man unter dem Gradienten der Funktion $f : (x, y, z) \rightarrow f(x, y, z)$? Man bestimme den Gradienten der Funktion f , die durch $f(x, y, z) = xy^2z^3$ gegeben ist? Man berechne den Gradienten im Punkte $(1, -1, 1)$. (Siehe p. 48)

Gegeben ist eine Funktion $f : (x, y, z) \rightarrow f(x, y, z)$ von drei Variablen. Man fixiere einen Punkt (x_0, y_0, z_0) im Definitionsbereich von f . Was versteht man unter dem Gradienten von f im Punkte (x_0, y_0, z_0) ? Wie lautet die Formel mit den partiellen Ableitungen? Wie lautet die geometrische Beschreibung (Richtung und Länge)? (Siehe Kap. IV, p. 48, p. 50)

Test. Man gebe mit Hilfe der partiellen Ableitungen den Betrag der grössten und der kleinsten Richtungsableitung von f im Punkte (x_0, y_0, z_0) an. (Siehe Kap. IV, p. 50)

Test. Was ist die Richtungsableitung von $f : (x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) = xy^2z^3$ im Punkte $(1, -1, 1)$ in Richtung $\frac{1}{\sqrt{2}}(1, 0, -1)$. Nehmen die Funktionswerte in dieser Richtung zu oder ab? (Siehe p. 50)

Test. Gibt es eine Beziehung zwischen dem Gradienten von f und den Niveauflächen von f ? Wenn ja, beschreibe man diese. (Siehe Kap. IV, p. 51)

Test. Mit Hilfe der linearen Ersatzfunktion von f , $f(x, y, z) = xy^2z^3$ im Punkte $(1, 2, 3)$ schätze man den Funktionswert von $f(1.01, 1.98, 3.03)$ ab. (Siehe Kap. IV, p. 54)