

## Frage 1, Niveauflächen

Gegeben ist die Funktion  $f : (x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) = x^2 + 3y^2 + z^3$ . Welche der folgenden Aussagen ist richtig?

- A** Die Niveauflächen von  $f$  sind Oberflächen von Kugeln mit Mittelpunkt  $O$ .
- B** Die Niveauflächen von  $f$  sind Ebenen senkrecht zum Vektor  $(1, 2, 3)$ .
- C** Die Niveauflächen von  $f$  sind Oberflächen von Ellipsoiden mit Mittelpunkt  $O$ .

## Frage 1: Niveauflächen

### Antworten:

**A:** Nein, die Niveauflächen  $f(x, y, z) = C$  sind nicht Kugeloberflächen.

**B:** Nein, die Niveauflächen  $f(x, y, z) = C$  sind nicht Ebenen.

**C:** Ja, die Niveauflächen  $f(x, y, z) = C$  sind Ellipsoide. Man gebe zusätzlich die Halbachsen an!

## Frage 2, Richtungsableitung

Gegeben ist die Funktion  $f : (x, y, z) \rightarrow f(x, y, z) = x^3 y^2 z$ . Man setze sich in den Punkt  $(1, -1, 1)$ . Welche der folgenden Aussagen ist falsch?

- A** Man stellt in  $x$ -Richtung eine Zunahme der Funktionswerte fest.
- B** Man stellt in  $y$ -Richtung eine Abnahme der Funktionswerte fest.
- C** Man stellt in Richtung von  $\frac{1}{\sqrt{3}}(-1, 1, 1)$  eine Zunahme der Funktionswerte fest.
- D** Man stellt in Richtung von  $\frac{1}{\sqrt{3}}(1, 1, 1)$  eine Zunahme der Funktionswerte fest.
- E** Man stellt in Richtung von  $\frac{1}{\sqrt{2}}(1, -1, 0)$  eine Zunahme der Funktionswerte fest.

## Frage 2: Richtungsableitung

### Antworten:

**A:** Nein, diese Aussage ist richtig: die partielle Ableitung nach  $x$  ist 3.

**B:** Nein, diese Aussage ist richtig: die partielle Ableitung nach  $y$  ist  $-2$ .

**C:** Ja, dies ist in der Tat die falsche Aussage: die Richtungsableitung in der angegebenen Richtung ist negativ.

**D:** Nein, diese Aussage ist richtig: die Richtungsableitung in der angegebenen Richtung ist positiv.

**E:** Nein, diese Aussage ist richtig: die Richtungsableitung in der angegebenen Richtung ist positiv.

### Frage 3, Gradient

Der Gradient der Funktion  $f : (x, y, z) \rightarrow f(x, y, z)$  ist überall  $(1, 1, 1)$ . Welche der folgenden Aussagen ist **richtig**?

- A  $f(x, y, z)$  hängt nicht von  $x$  ab.
- B Die Funktion  $f$  nimmt auf Ebenen  $x + y + z = d$  überall den gleichen Wert an; es gibt also eine Funktion  $F$  einer einzigen Variablen mit  $f(x, y, z) = F(d)$ ,  $d = x + y + z$ .
- C Die Niveauflächen von  $f$  sind Ebenen parallel zur  $(x, y)$ -Ebene.
- D  $f(x, y, z)$  ist eine Konstante.

### Frage 3: Gradient

#### Antworten:

**A:** Nein, diese Aussage ist nicht richtig. Wären die Funktionswerte unabhängig von  $x$ , so wäre die partielle Ableitung von  $f$  nach  $x$  trivial.

**B:** Ja, diese Aussage ist richtig. Die Niveauflächen von  $f$  verlaufen senkrecht zum Gradienten, müssen also in diesem Fall Ebenen senkrecht zum Vektor  $(1, 1, 1)$  sein.

**C:** Nein, diese Aussage ist nicht richtig. Wären die Niveauflächen Ebenen parallel zur  $(x, y)$ -Ebene, so müsste der Gradient überall parallel zu  $z$ -Achse sein.

**D:** Nein, diese Aussage ist nicht richtig. Wäre  $f$  eine Konstante, so müssten die partiellen Ableitungen alle trivial sein.