

U. Stambach: Analysis I/II

... und das setzen wir als wohlbekannt voraus!

Ungleichungen

Vgl. *Mathematiklehrbuch des Gymnasiums*

In einer Ebene E , in der ein Koordinatensystem ausgezeichnet ist, beschreibt eine Gleichung in x und y bekanntlich in aller Regel eine **Kurve** K . Ist eine **Ungleichung** in x und y gegeben, (z.B. $xy > 1$) so wird in aller Regel damit ein Gebiet B der (x, y) -Ebene beschrieben. Es wird von der Kurve K begrenzt, die zur zugehörigen Gleichung (im Beispiel $xy = 1$) gehört.

Will man B bestimmen, so wird man als erstes die Kurve K bestimmen und im Anschluss daran untersuchen, in welchen der durch K abgegrenzten Gebiete die Ungleichung erfüllt ist. Dazu genügt es, Testpunkte einzusetzen.

Man führe dies für die Ungleichung $xy > 1$ explizit durch. Gehört der Punkt $(1, 1)$ zum dadurch beschriebenen Gebiet B ?

Man beachte: Steht in der Ungleichung das Zeichen \geq (oder \leq) so gehört die begrenzende Kurve K zum Gebiet B , andernfalls nicht.

Oft wird man Ungleichungen umformen, bevor man zur zugehörigen Gleichung übergeht. Dabei sind die gleichen Regeln zu beachten wie beim Umformen von Gleichungen. Das Gebiet B verändert sich nicht, wenn

- auf beiden Seiten der Ungleichung die gleiche Zahl addiert bzw. subtrahiert wird;
- beide Seiten der Ungleichung mit der gleichen **positiven** Zahl multipliziert oder dividiert werden;
- beide Seiten der Ungleichung mit der gleichen **negativen** Zahl multipliziert oder dividiert werden **und** gleichzeitig die Richtung des Ungleichheitszeichens **umgekehrt** wird.

Bemerkung: Bei Multiplikation bzw. Division mit Ausdrücken, die x bzw. y enthalten ist besondere Vorsicht geboten, da i.a. das Vorzeichen solcher Ausdrücke nicht von vorneherein feststeht. Gewöhnlich müssen sich dann Fallunterscheidungen anschliessen.

Fragen:

Man bestimme das Gebiet, das durch die Ungleichung $3x - 7 > y + 1$ beschrieben wird.

Man bestimme das Gebiet, das durch die Ungleichung

$$\frac{y+1}{x-3} \leq 2$$

beschrieben wird.